PROBLEMAS. TEMA 2 : MAGNITUDES DERIVADAS

1. Los capitales:

   (C,t) y (2,5 C,t+3)

   son financieramente equivalentes. Determinar:

   - Factores, réditos y tantos de capitalización asociados al intervalo (t, t+3)
   - Si la ley financiera es de la forma:

     $L(t,p) = 1 + k(p-t)$ con p= t+4

     ¿Qué valor numérico toma el parámetro k?

$$u(t,t+3,t+4) = \frac{2{,}5C}{C} = 2{,}5$$

$$u^*(t,t+3,t+4) = \frac{C}{2{,}5C} = 0{,}4$$

$$i(t,t+3,t+4) = 2{,}5 - 1 = 1{,}5$$

$$i^*(t,t+3,t+4) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$$

$$\rho(t,t+3,t+4) = \frac{1{,}5}{3} = 0{,}5$$

$$\rho^*(t,t+3,t+4) = \frac{0{,}6}{3} = 0{,}2$$

Equivalencia de capitales:

$$C[1 + k(t+4-t)] = 2{,}5C[1 + k(t+4-t-3)]$$

$$\boxed{K = 1}$$

2. Calcular el capital (C_8, 8) equivalente al capital (100.000, 0) en base a la ley $L(t,p) = (1+0{,}09)^{p-t}$ y especificar las magnitudes derivadas.

Equivalencia de capitales:

$$C_8(1+0{,}09)^{8-8} = 100.000(1+0{,}09)^{8-0}; p = 8$$

$$\boxed{C_8 = 199.256{,}2642}$$

Las magnitudes derivadas se calculan de forma análoga que el ejercicio anterior:

$$u(0{,}8{,}10) = 1{,}992562642$$
$$u^*(0{,}8{,}10) = 0{,}50186$$
$$i(0{,}8{,}10) = 1{,}99256 - 1 = 0{,}99256$$
$$i^*(0{,}8{,}10) = 1 - 0{,}50186 = 0{,}49813372$$
$$\rho(0{,}8{,}10) = \frac{0{,}99256}{8}$$

$$\rho^*(0{,}8{,}10) = \frac{0{,}49813372}{8}$$

$$\rho(t) = -\frac{\partial L(t,p)}{\partial t} \cdot \frac{1}{L(t,p)} = -\left[-1(1{,}09)^{p-t} \cdot \frac{1}{(1{,}09)^{p-t}}\right] = 1$$

3. El tanto instantáneo de una ley financiera de descuento es $\delta(t,p) = k.t + h$, obtener razonadamente:
   - La correspondiente ley
   - El factor correspondiente al intervalo (t+3,t+5) siendo p=t.

$$A(t,p) = e^{-\int_p^t (kx+h)dx} = e^{-\left[\frac{kx^2}{2}+hx\right]_p^t} = e^{-\left[K/2(t^2-p^2)+h(t-p)\right]}$$

$$v(t+3,t+5) = e^{-8k-2t-h}$$

4. Una ley financiera de descuento se caracteriza por tener un tanto instantáneo constante e igual a 0,11. Obtener razonadamente:

   - Dicha ley financiera
   - El orden de preferencia entre los capitales (100.000, 1989), (120.000,1991) y (150.000,1993)

$\delta(t) = 0{,}11$

$$\int_p^t \delta(x,p)dx = \int_p^t 0{,}11dx = [0{,}11x]_p^t = 0{,}11(t-p)$$

$$A(t,p) = e^{-[0{,}11(t-p)]}; t > p$$

El orden de preferencia se lleva a cabo en base a los valores sustitutos:

$$V_1 = 100.000$$
$$V_2 = 120.000A(1991{,}1989) = 96.302{,}255$$
$$V_3 = 150000A(1993{,}1989) = 96.605{,}46313$$

$$V_1 \succ V_2 \succ V_3$$

5. Sabiendo que los capitales (300.000, 1996) y (C,1998) son financieramente equivalentes, en base a la ley financiera $A(t,p) = (1-d)^{t-p}$ con d= 0,10 y p= 1995, determínese:

- La cuantía C
- Factores, réditos y tantos de descuento correspondientes a la ley anterior y asociados al intervalo (1996,1998)

Si son financieramente equivalentes:

$$300.000(1-0{,}1)^{1996-1995} = C(1-0{,}1)^{1998-1995} \Rightarrow C = 370.370{,}3704$$

Se calcula de forma análoga que en capitalización, la única diferencia es que utilizamos la ley de descuento y las magnitudes correspondientes.

$$v(1996{,}1998{,}1995) = 0{,}809999$$
$$v^*(1996{,}1998{,}1995) = 1{,}234567901$$
$$d(1996{,}1998{,}1995) = 0{,}19$$
$$d^*(1996{,}1998{,}1995) = 0{,}234567901$$
$$\delta(1996{,}1998{,}1995) = 0{,}095$$
$$\delta^*(1996{,}1998{,}1995) = 0{,}11728395$$

6. Obténgase el factor de contradescuento correspondiente al intervalo (t_0+3,t_0+7) de una ley financiera de descuento $A(t,p)$ conocidos los factores de descuento correspondientes a los intervalos siguientes:

$$v(t_0+3,t_0+4)=0{,}9$$
$$v(t_0+4,t_0+5)=0{,}8$$
$$v(t_0+5,t_0+6)=0{,}7$$
$$v(t_0+6,t_0+7)=0{,}6$$

$$v^*(t_{0+3},t_{0+7})=\frac{1}{v(t_{0+3},t_{0+4})}=3{,}306878307$$

7. Obténgase razonadamente la expresión del factor de contradescuento de un intervalo cualquiera(t_1, t_2)en función del tanto instantáneo de descuento del sistema a que pertenece.

$$\int_{t_1}^{t_2}\delta(x,p)dx=\int_{t_1}^{t_2}-\frac{\partial\ln A(x,p)}{\partial x}dx=-\left[\ln A(x,p)\right]_{t_1}^{t_2}=-\ln A(t_2,p)+\ln A(t_1,p)=\ln\frac{A(t_{1,}p)}{A(t_2,p)}=\ln v^*(t_1,t_2,p)$$

$$v^*(t_1,t_2,p)=e^{\int_{t_1}^{t_2}\delta(x,p)dx}$$